从历年高考真题看数学函数问题的解题实践与策略

伍　浪

湖南省娄底市新化县第三中学 湖南 娄底 417600

【摘　要】：作为高考数学所涵盖的核心知识模块之函数，其于选择、填空以及解答等等各类题型之中均贯穿存在，而考生的整体成绩也会因函数解题能力的高低而直接受到影响。本文将历年高考数学里有关函数的真题当作研究对象，着重关注像分段函数、函数性质的应用、函数与方程的综合以及借助图像辅助解题等高频出现的题型，致力于提炼出包含“题型识别、条件转化、模型构建、验证反思”这般实践性强的解题流程，结合真题所处场景详细解说具体的操作策略之时，还会对象是定义域被忽略、分类讨论不够全面等常见且易出错的要点以及可用于规避的技巧进行分析，目的在于为考生提供能够直接应用于解题的指导，助力其对函数问题解题效率与准确率的提升。

【关键词】：高考数学；函数问题；解题实践；解题策略；易错点规避

DOI:10.12417/2982-3803.25.06.030

在高中数学的知识体系里，函数宛如一条“纽带”，把代数、几何、概率等诸多模块连接在一起，并且其同样是高考数学考查过程中的重点与难点所在。于历年的高考真题当中，函数问题既对基础性质的灵活应用方面有所注重，同时又十分强调与其他知识所进行的综合迁移，其题型的覆盖范围极为广泛、难度层次也相当分明，这便对考生所具备的逻辑推理、转化与化归、数形结合等核心素养提出了较高要求。基于高考真题来对函数解题策略展开研究，能够精准地把握命题规律，从而避免出现纯理论化那种较为空泛的指导，使得所提供的解题方法更具针对性以及可操作性。本文立足于真题实践，从题型特征、解题策略、易错点规避这三个维度出发展开深入分析，其目的在于为高考数学函数问题的备考提供具有实用价值的参考。

1 提升解题效率与准确性具有重要指导意义

（1）锚定概念本质，夯实解题逻辑根基：高考函数问题命题始终以概念本质当作出发点，不管是基础题型抑或综合难题之类，皆围绕着函数定义域、值域及单调性还有奇偶性、周期性与对称性等一类核心概念来展开的；从历年真题情况可以看出，许多易错点并非因复杂技巧缺失所导致，而却因对概念理解存在表层化这种状况，比如说，在处理含参函数定义域相关问题的时候，真题常常会借由分式、根式以及对数式的组合来设计陷阱，要是仅仅机械套用公式而忽略参数取值对定义域所形成的限制，那就极易造成漏解[1]。所以解题理论的首要核心乃是“概念溯源”，也就是通过真题反向推导概念考查所涉及的深层维度，并建立起“概念—情境—应用”这样的逻辑链条；从理论层面角度而言，对概念本质进行把控得实现两个转化，其一为将抽象概念加以具象化，像通过“数型对应”去理解单调性同导数符号二者的关系，并借助具体函数图像对奇偶性代数表达式进行印证，其二为把孤立概念使之体系化，高考真题经常考查多概念的交叉应用，例如利用周期性对奇偶性问题求解进行简化、通过单调性确定值域边界，这就要求构建起“概念网络”，明确概念间所具备的依存与转化关系，从而为解题提供严谨的逻辑支撑。

（2）构建思维模型，强化跨维度解题能力：历年高考函数真题所呈现的综合化趋势变得日益明显，常常会同导数、不等式及数列、解析几何等模块产生交叉命题的情形，单纯的概念应用已然没办法满足解题方面的需求，必须得构建系统化的思维模型以此提升解题效能；在这当中，“数形结合模型”与“分类讨论模型”属于覆盖真题范围最广的两大核心模型，“数形结合模型”借助“以形助数”以及“以数解形”达成抽象同直观之间的转化，比如在处理函数零点以及不等式恒成立等方面问题的时候，借助函数图像所具备的直观性快速定位解题的方向，然后再通过代数运算精准进行求解，此模型在历年压轴题当中频繁得到应用，变成突破难题的关键所在；“分类讨论模型”针对含参函数问题所具备的复杂性，依据参数的临界值来划分不同情况，实现“化繁为简”这一目的，在高考真题当中，含参函数的单调性判断以及极值求解等一些问题都需要通过分类讨论来避免出现漏解的现象，其核心理论在于明确分类标准具有科学性，也就是以概念本质作为依据（诸如二次函数对称轴位置、导数零点分布之类），确保分类不会出现重复以及不会产生遗漏的情况，另外，模型迁移应用能力显得极为重要，需要通过真题提炼在不同情境之下模型的适配条件，达成“一类问题一类解法”这种高效解题模式[2]。

2 高考数学函数问题的常见题型特征

（1）分段函数的综合应用：在高考函数问题中，分段函数可谓是高频出现的一种载体，在真题里面常常是以分段函数为依托，针对单调性、最值、不等式求解、零点判断等诸多知

识点展开综合考查。此类题型所具有的核心特征乃是“定义域分段再加上性质差异化”，也即说在不同区间之内函数表达式有所不同，与之相对应的性质比如单调性、奇偶性等也可能存在差异，而解题的关键则在于需要精准地去把握分界点的取值范围以及各个区间内的函数规律，从而避免因为区间出现混淆而导致解题出现失误[3]。

经典例题 1：设函数 $f(x)=\{2x-1，x\leqslant 0\ \log_2\ (x+1)，x>0\}$ 求 f(x)的最小值。

解题思路：需要分别分析两个区间的函数特征，在 $x\leqslant 0$ 时，$2x-1\geqslant 0-1=-1$，最小值为-1（当 x=0）；在 x>0 时，$\log_2(x+1)>0$，因此函数整体最小值为-1。

经典例题 2：已知函数 $f(x)=\{x^2-2x+a，x\leqslant 1 -x+3，x>1\}$若 f(x)有两个零点，求实数 a 的取值范围。

解题思路：分别分析两个区间，通过函数图像判断交点情况，得出 a 的取值范围。

（2）函数性质的核心考查：函数所具备的单调性、奇偶性、周期性、对称性属于高考考查的核心内容，真题往往会以“单一性质深度应用”或者“多性质综合迁移”的这样一种形式来予以呈现。举例而言，利用单调性来对函数值大小进行比较、求解参数范围；将奇偶性和周期性相结合来对函数值计算进行转化；通过对称性去分析函数图像的分布规律等等。此类题型所具有的显著特征为“条件隐蔽性”，也就是说函数性质通常不会直接给出，而需要考生通过题干所给条件去间接推导，这考查的是对性质定义的深刻理解以及灵活运用的能力。

经典例题 3：已知函数 f(x)是定义在 R 上的奇函数，且满足 f(x+2)=f(x)，当 $x\in[0,2]$时，$f(x)=x^2-2x$。求 f(2023)的值。

解题思路：利用奇函数性质 f(-x)=-f(x) 和周期性 f(x+2)=f(x)，将 f(2023)转化到已知区间[0,2]内求解。

经典例题 4：设函数 f(x)=e^x+e^{-x}，证明：(1)f(x)为偶函数；(2)f(x)在$[0,+\infty)$上是增函数。

解题思路：通过定义验证偶函数性质，利用导数或函数值比较证明单调性。

（3）函数与方程、不等式的综合：高考函数压轴题型之一的函数与方程、不等式的综合问题，于真题里常以像“方程解的个数判断”“不等式恒成立/能成立问题”“参数范围求解”这般形式来呈现，其核心特征的“转化性”指的是需把方程问题转化成函数零点问题以及将不等式问题转化为函数最值问题，并借助函数性质去搭建解题桥梁，以此来对考生的转化与化归能力予以考查[4]。

经典例题 5：讨论方程 ex-ax-1=0 的解的个数。

解题思路：构造函数 f(x)=ex-ax-1，通过分析函数的极值、单调性来判断与 x 轴的交点个数，从而确定方程解的个数。

经典例题 6：求使不等式 $x^2-2x+3\geqslant kx$ 对所有 $x\in R$ 都成立的 k 的最大值。

解题思路：转化为求函数 $f(x)=x^2-(k+2)x+3$ 的最小值非负问题，利用判别式或配方法求解。

（4）函数图像的应用：而函数图像作为解决抽象函数问题的重要工具，在历年真题中常常凭借它考查函数性质、零点个数、参数范围等知识点，此类题型的“直观性”在于通过绘制函数草图把抽象的代数关系转化成具象几何图形，利用图像位置关系、交点个数等直观信息求解从而避免复杂代数运算，对数形结合思想应用予以考查。

经典例题 7：已知函数 $f(x)=|x^2-2x-3|-a$，求方程 f(x)=0 恰有 3 个不同实数解时 a 的取值范围。

解题思路：先绘制 $y=|x^2-2x-3|$的图像，然后分析水平线 y=a 与该图像的交点情况，得出 a 的取值范围。

3 函数问题的核心解题实践策略

3.1 题型识别—条件转化策略

（1）题型识别：精准定位核心考点：解题首步即快速识别题型并明确核心考查方向，真题中函数问题题型识别可借由“关键词+条件特征”达成，诸如题干中若出现“分段表达式”“$x\in[a,b)\cup[c,d)$”之类表述便可定位为分段函数问题，若出现“单调递增/递减”“最大值/最小值”就聚焦函数单调性与最值考点，若出现“方程 f(x)=0 的解”“不等式 $f(x)\geqslant g(x)$”则属于函数与方程、不等式综合问题，题型识别关键在于“去表象、抓本质”即忽略题干干扰信息锁定核心考点。

（2）条件转化：将抽象条件具象化：条件转化方面，要将奇偶性、周期性等隐蔽条件转化成显性关系，像把“f(x）是奇函数”转化为“f(-x)=-f(x）且 f(0)=0（定义域含 0）”，把“f(x+2)=f(x）”转化为“函数周期为 2”，还有形式转化，即把复杂函数表达式转化成简单形式，例如通过换元法将指数与对数混合函数转化为二次函数，将抽象函数转化为具体函数模型（如一次函数、二次函数），把方程、不等式关系转化为函数关系，像把“方程 f(x)=g(x）的解的个数”转化为“函数 h(x)=f(x)-g(x）的零点个数”，转化时要保持“等价性”，比如换元法转化时得注意新元取值范围保证定义域不变化。

3.2 函数性质的灵活应用策略

（1）单调性的应用场景与操作：单调性方面，其核心应用场景涵盖诸如“比较函数值大小”“求函数最值”“解不等式”以及“求参数范围”等；对于判断函数的单调区间，可经

由定义法、导数法或者借助常见函数的单调性进行推导，在真题里往往以常见函数单调性应用为主，且需结合单调区间展开问题分析，像在比较 $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$ 大小这一情形时，要先去判断 x_1 、x_2 是否处于同一单调区间之中，随后依据单调性才能得出相应结论，在求最值的时候，必须关注到单调区间的端点以及极值点的状况，同时要注意规避一些陷阱，例如复合函数单调性需要遵循“同增异减”的原则，而且要留意内层函数的值域对于定义域所存在的限制。

（2）奇偶性与周期性的综合应用：奇偶性与周期性常常会结合起来予以考查，其核心要点在于“转化函数值的取值区间”，即利用奇偶性把“负区间”的函数值转化成“正区间”的函数值，比如 f(-3）借助奇函数性质转化为-f(3），然后结合周期性 f(3)=f(3-2×2)=f(-1），进而再转化为具体数值，利用周期性将“大数值自变量”转变成“小数值自变量”，例如 f(2025）通过周期 T=4 转化为 f(2025-506×4)=f(1），之后代入已知区间的函数表达式来求解。

4 高考函数解题常见易错点与规避技巧

（1）定义域忽略：解题的“隐形陷阱”：在高考函数解题中常见易错点与规避技巧板块，关于定义域忽略这一问题，这堪称解题的“隐形陷阱”，真题中绝大多数函数问题的错误归因于对定义域的忽略，例如在求解“$f(x)=\log_2(x^2-1)$ 的单调递增区间”时，要是没有先确定其定义域 $x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$，就直接求导得出单调递增区间为（0,+∞），便会因定义域的限制而导致错误发生，所以解题时第一步就要明确函数定义域，并将其标注在草稿纸上，后续所有的分析均需在该定义域范围内开展，当涉及复合函数、分式函数、对数函数之时，着重检查定义域的限制条件。

（2）分类讨论不全面：结论的“遗漏风险”：在含参数问题当中，分类讨论不全面是常见错误形式，比如在“求函数 $f(x)=ax^2+2x+1$ 的单调性”时，若仅仅讨论 a 大于 0 和 a 小于 0 的情形，却忽略了 a=0 时函数为一次函数的情况，那么就会使得结论不完整，所以分类之前要先考虑参数所有可能的取值范围（诸如实数参数就要考虑正数、负数、零），结合函数性质推导出分类标准以确保分类逻辑严谨，分类之后还需逐一验证每类情况的合理性。

（3）图像应用失误：判断的“直观偏差”：运用图像法解题的时候，因草图绘制不准确而导致判断错误，比如在绘制 $f(x)=x^3-3x$ 的图像时，没有正确标出极值点（1,-2）和（-1,2），就会在判断方程 f(x)=k 的解的个数时出现偏差，因此绘制草图之前应先梳理函数的核心性质，通过简单计算来确定关键节点（极值点、交点）的坐标，在涉及函数平移、伸缩之际，明确图像变换的规律以避免位置偏差。

（4）条件转化不严谨：等价性的“破坏误区”：等价性方面出现“破坏误区”，即错误地将“f(x)≥g(x）恒成立”这一条件，在未充分考量两者定义域或有不同者一潜在情况时，转化为“f(x）的最小值≥g(x）的最大值”；此外在换元法运用过程中，由于未同步完成对新元取值范围的转换动作，从而致使后续计算出现差错。须知，在实施转化之前，应对条件的等价关系予以明确，且于必要之时借助赋值手段来对转化的正确性进行验证；在运用换元法时，当设定新元 t 之后，一定要依据原变量的取值范围去推导 t 相应的取值范围，以此保障转化前后定义域能够保持一致。

5 结语

函数问题相关解题能力，此乃高考数学备考过程之中占据核心地位的目标之一，其本质实则为“对函数性质予以深刻理解并且加上对解题方法展开灵活运用”。本文以历年高考真题作为基础支撑，从中提炼而出的“题型识别—条件转化—模型构建—验证反思”如此这般的解题流程，连同函数性质应用、图像辅助、分类讨论等一类实践策略，均聚焦于“具备可操作性且能够避免误区”这般核心需求，有效规避纯理论推导所存在的空泛特性。高考函数问题备考的关键要点在于“真题演练+方法沉淀”，考生需要结合本文所提出的各类策略，针对历年真题展开反复练习，在实践操作之中去熟悉题型具备的特征、掌握解题所涉及步骤、避开常见易错之处，进而形成属于自身个性化的解题思维模式。与此同时，还需着重关注解题之后的反思总结环节，提炼出同类题型普遍适用的方法，达成“解一题便能够通晓一类”的备考成效，最终于高考当中高效突破函数难题，实现整体数学成绩的提升。

参考文献：

[1] 刘绿芹.大概念教学视域下的单元学习效果评价路径探索——以高中数学“函数的单调性”为例[J].基础教育课程,2025,(07):77-84.

[2] 龙玉甫.高中数学函数解题思路的多元化方式[J].亚太教育,2024,(09):174-177.

[3] 张晓斌,米新生,陈昌浩,余业兵.高中数学“函数的概念与性质”主题内容教学探究[J].教学与管理,2022,(30):87-90.

[4] 谢玉龙,杨爱玉.高中数学函数解题思路多元化的方法[J].亚太教育,2022,(19):135-137.